

О. Е. Безбородова, О. Н. Бодин, В. Г. Полосин, А. Г. Убиенных

ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ КОНТРОЛИРУЕМОГО ОБЪЕКТА НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА ЭНТРОПИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО КВАНТА

O. E. Bezborodova, O. N. Bodin, V. G. Polosin, A. G. Ubiennykh

CONSTRUCTION OF A MATHEMATICAL MODEL OF THE CONTROLLED OBJECT BASED ON THE ANALYSIS OF THE ENTROPY OF THE DISTRIBUTION OF INFORMATION-MEASURING QUANTUM

А н н о т а ц и я. Актуальность и цели. Целью работы является разработка алгоритма построения математической модели контролируемого объекта на основе анализа энтропии распределения информационно-измерительного кванта. **Материалы и методы.** В работе подробно рассмотрены свойства информационно-измерительного кванта и возможность его использования для оценки естественной изменчивости при решении измерительных задач и для алгоритмизации накопления измерительной информации. Информационно-измерительный квант рассматривается как минимальное формирование математической модели, отражающее суть вероятностных физических процессов, происходящих в контролируемом объекте. В работе рассмотрены возможности применения многомерного информационно-измерительного кванта для анализа энтропии информации, содержащейся в массиве результатов измерений, полученных от контролируемого объекта. **Результаты.** Предложен способ построения математической модели объекта, основанный на сопоставлении информационных энтропий модели и эксперимента. Показано значение информации, содержащейся в энтропии распределения кванта для оценки состояния контролируемого объекта. Разработан алгоритм выбора и оценки параметров модели на основе анализа энтропии распределения информационно-измерительного кванта. На примере распределения Вейбулла – Гнеденко и гамма распределения иллюстрируется выбор формы регрессии путем сопоставления коэффициенту энтропии двухмерного информационно-измерительного кванта результатов измерений и параметра формы статистической кривой, применяемой в качестве регрессии. **Выводы.** Результаты исследования двухмерного информационно-измерительного кванта были использованы для построения модели взаимосвязи неопределенностей временных характеристик пространства автоволнового сигнала проводящей системы сердца.

A b s t r a c t. Background. The aim of the work is to develop an algorithm for constructing a mathematical model of a controlled object based on an analysis of the entropy of the distribution of an information-measuring quantum. **Materials and methods.** In this paper, the properties of the information-measuring quantum and the possibility of its use for assessing natural variability in solving measurement problems and for algorithmic accumulation of measuring information are considered in detail. An information-measuring quantum is considered as the minimal formation of a mathematical model reflecting the essence of probabilistic physical processes occurring in a controlled object. The paper considers the possibility of using a multi-

dimensional information measuring quantum for the analysis of the entropy of information contained in an array of measurement results obtained from a controlled object. **Results.** A method of constructing a mathematical model of the object based on a comparison of information entropies of the model and the experiment is proposed. The value of the information contained in the entropy of the quantum distribution to assess the state of the controlled object is shown. The algorithm of choice and estimation of model parameters on the basis of the analysis of entropy of distribution of information measuring quantum is developed. For example, the distribution of the Weibull-Gnedenko and gamma distributions is illustrated by the choice of the form of the regression by comparing the coefficient of two-dimensional entropy information and quantum measurement, re-measurement results and the shape parameter of the statistical curve that is used as regression. **Conclusions.** The results of the study of two-dimensional information measuring quantum were used to construct a model of the relationship between the uncertainties of the time characteristics of the propagation of the autowave signal of the cardiac conduction system.

К л ю ч е в ы е с л о в а: форма математической модели, информационно-измерительный квант, неопределенность величины, статистические распределения, информационная энтропия, распределение Вейбулла – Гнеденко, гамма распределение.

К e y w o r d s: form of mathematical model, information-measuring quantum, uncertainty of quantity, statistical distributions, information entropy, Weibull – Gnedenko distribution, gamma distribution.

Математическое моделирование в экспериментальных исследованиях

Проблема выбора математической формы модели при интерпретации и анализе результатов эксперимента является важнейшей задачей анализа данных при построении физических и технических моделей. Традиционные пути решения подобной задачи основываются на аппроксимации данных с помощью нелинейных функций или полиномиальной регрессии [1–4].

Необходимость проведения большинства экспериментов связана с установлением математической модели наблюдаемых величин, которое включает в себя три основных этапа [3].

На первом этапе устанавливается форма математической модели. В связи с тем, что одни и те же данные эксперимента на исследуемом участке с одинаковой точностью могут быть описаны самыми различными аналитическими выражениями, необходим выбор кривой аппроксимации адекватный задачам поставленного эксперимента. Рациональный выбор аналитического описания обоснован лишь при учете ряда требований к математической модели: удобство использования; компактность модели и ее содержательность (т.е. интерпретируемость аналитического описания, достигаемая путем придания физического смысла константам и функциям построенной модели).

На втором этапе построения математической модели проводится расчет параметров выбранной аппроксимирующей функции по выборке экспериментальных данных. Этот этап хорошо формализуем, так как связан с решением уравнений, построенных для всех n экспериментально наблюдаемых точек, и применением различных алгоритмов нахождения параметров регрессий. Усреднение несовместных решений избыточной системы уравнений можно провести различными методами: графическим методом, методом медианных центров, метод наименьших квадратов и др.

На третьем этапе проводят проверку адекватности модели с помощью критерия проверки, построенного на совпадении математических ожиданий (критерий Стьюдента) или на совпадении средних квадратических отклонений (критерий Фишера) результатов измерений и кривой моделирования, соответственно.

Несмотря на хорошую алгоритмизацию второго и третьего этапов определения математической модели, первый этап выбора формы математической модели, остается не формализуемой задачей. Для этих целей традиционно используются графические методы установления формы зависимости: метод обведения контура границ полосы рассеивания, метод медианных центров, метод выделения остатка и др. [3]. Недостаточное соответствие аппроксимирующей функции особенности формы экспериментальной кривой приводит к возникновению погрешности адекватности. В этой связи проблема формализации выбора формы математической мо-

дели и разработка методов анализа данных для определения параметров распределений является актуальной.

Информационно-измерительный квант и его свойства

Формализация выбора формы кривой значительно упрощается за счет использования информационно-измерительного кванта (ИИК), предложенного ранее в работе [4] для оценки естественной изменчивости при решении измерительных задач и для алгоритмизации накопления измерительной информации. Информационно-измерительный квант рассматривается как минимальное формирование некоторой математической структуры, отражающее суть вероятностных физических процессов, происходящих в моделируемом объекте. Основные свойства математической структуры и возможности ее применения для решения прикладных задач информационно-измерительной техники даны на диаграмме (рис. 1).

Для построения измерительного кванта предложено использовать совместную оценку текущего значения разности и ее нормированного значения, связанные с аддитивной и мультипликативной изменчивостью объекта исследования [4]. Квант должен иметь предельно малый размер и обладать всеми особенностями измерительной информации, необходимыми для формирования оценок погрешностей, порога чувствительности, разрешающей способности, числа различимых градаций.

В качестве основных свойств информационно-измерительного кванта в работе [4] выделены следующие качества математической структуры: свойство естественной изменчивости, которое можно интерпретировать как эквивалент информационно-измерительного обмена, и свойство алгоритмического накопления измерительной информации, необходимое для анализа метрологической надежности средств измерения и для синтеза методов, направленных на повышение надежности проводимых измерений.

Авторами работы предложено при проведении статистического моделирования для выбора формы математических моделей, анализа информации результатов измерений и установления соответствия математической модели результатам эксперимента использовать еще одно важное свойство информационно-измерительных квантов – свойство *отображения упорядоченности информации*, содержащееся в энтропии распределений квантов в результатах выборки измерения. В частности, рассмотрена возможность применения энтропии распределения информационно-измерительных квантов для поиска сложных форм математических аппроксимаций при построении статистических моделей.



Рис. 1. Диаграмма свойств и областей применения информационно-измерительного кванта

Структура информационно-измерительного кванта

В качестве кванта информации, предназначенного для формализованного выбора формы кривой математической модели и установления ее статистического соответствия результатам измерения, предлагается использовать минимальную дискретную единицу, построенную на основе произведения абсолютных и относительных погрешностей. Наиболее общая математическая структура погрешностей, позволяющая характеризовать свойства упорядоченности информации всей многомерной выборки результатов наблюдений, имеет вид [7]

$$\gamma = \prod_{i=1}^{N_{\Delta}} \Delta x_i \cdot \prod_{i=N_{\Delta}}^N \delta_{x_i} \quad (1)$$

Здесь N – число независимых наблюдаемых переменных; N_{Δ} – число независимых наблюдаемых переменных, дискретные свойства которых характеризуются абсолютной погрешностью Δx_i ; $(N - N_{\Delta})$ – число независимых наблюдаемых переменных, дискретные свойства которых характеризуются относительными погрешностями δ_{x_i} .

Если в процессе эксперимента наблюдаются две переменные величины, то для двухмерной выборки результатов измерений строится двухмерный квант дискретизации измерений на основе абсолютной, относительной или приведенной погрешностей результатов. Если абсолютные погрешности результатов измерений равны Δx и Δy , то в качестве двухмерного кванта измерений можно принять величину их произведения [5–7]:

$$\gamma = \Delta x \Delta y \quad (2)$$

Результатам измерений сопоставляется двухмерная площадь Δs_i фазовой выборки измерений, равная произведению значения ординаты y_i на интервал координаты наблюдения i -го результата $0,5(x_{i+1} - x_{i-1})$:

$$\Delta s_i = 0,5 y_i (x_{i+1} - x_{i-1}).$$

Введение минимально измеряемой двухмерной неопределенности γ выборки измерений позволяет сопоставить каждому i -му результату измерений количество квантов дискретизации его двухмерной площади фазового пространства:

$$n_i = \frac{\Delta s_i}{\gamma}$$

и сформировать массив p_i вероятностей наблюдения квантов дискретизации в области i -го значения как отношение количества квантов дискретизации i -го результата к полному числу квантов дискретизации двухмерной выборки результатов (рис. 2).

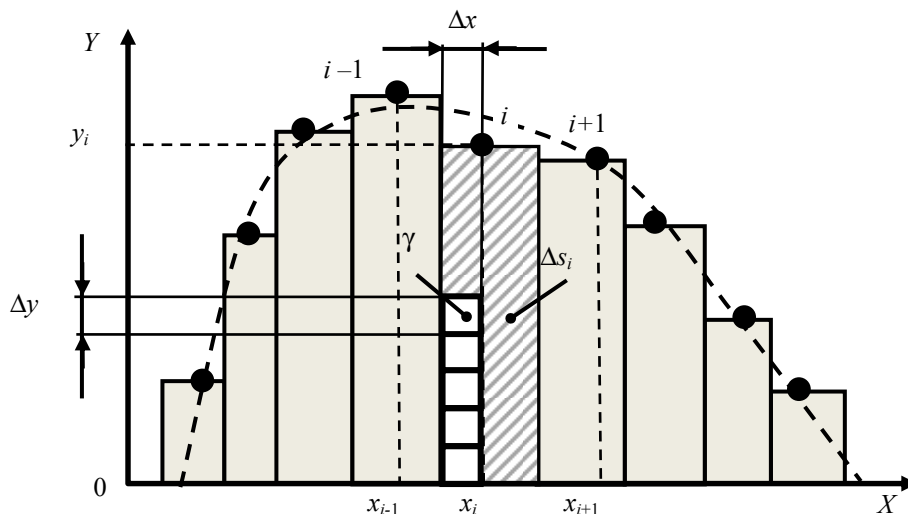


Рис. 2. Процедура сопоставления i -му результату количества n_i квантов γ в двухмерном пространстве выборки измерений

Полученная вероятность p_i по своей физической природе выражает нормирование фазового пространства по суммарной площади B , ограниченной кривой и равной сумме двухмерных площадей фазового пространства всех m результатов двухмерной выборки измерений:

$$B = \sum_{i=1}^m \Delta s_i.$$

Результат умножения суммарной площади B на вероятность p_i наблюдения квантов в фазовой области i -го измерения равен значению координаты y_i наблюдаемого двухмерного результата.

Вероятностный подход к моделированию эксперимента

Использование вероятности распределения для квантов дискретности измерения позволяет записать математическую модель аппроксимации двумерного массива результатов наблюдений в виде выражения

$$y(x) = B \cdot f(x) + y_0, \quad (3)$$

где y_0 – постоянная составляющая смещения, $f(x)$ – функция плотности распределения для двухмерных квантов дискретизации измерений в зависимости от координаты наблюдаемой величины x .

Таким образом, использование математической модели (1) позволяет рассматривать задачу построения регрессии как формальную задачу нахождения гипотезы распределения величины x положения квантов дискретизации для двухмерной выборки результатов измерений. Предложенный способ построения регрессии позволяет применить для нахождения функции $f(x)$ методы установления справедливости для статистических гипотез, подробно описанных в современной литературе [12–15, 18].

Для установления правомочности выбора статистической гипотезы симметричных распределений широко распространен метод топографической классификации [3, 16, 17], в основу которого положена связь энтропии информации, содержащейся в результатах измерений, и формы аппроксимирующей кривой. Подобную взаимосвязь можно получить и для ряда несимметричных распределений [19], таких как распределение Вейбулла – Гнеденко, гамма распределение. Для этих распределений параметр формы однозначно связан с коэффициентом энтропии k_s , что позволяет по энтропии информации, содержащейся в распределении, однозначно выбрать наиболее возможные формы распределений. В качестве примера на рис. 3 даны зависимости коэффициентов энтропии k_s распределения Вейбулла – Гнеденко (кривая 1) и гамма распределения (кривая 2) от их параметров формы c в диапазоне $0,2 \leq c \leq 1$. Формула для расчета коэффициента энтропии $k_s(c)$ по значению параметра формы распределения Вейбулла – Гнеденко

$$k_{s_ВГ}(c) = \frac{1}{c} \frac{e^{1+\beta \frac{c-1}{c}}}{\sqrt{\Gamma\left(\frac{2}{c}+1\right)}}, \quad (4)$$

где β – постоянная Эйлера: $\beta = 0,5772157$. При значении параметра формы равного 1 распределение Вейбулла – Гнеденко и гамма распределение переходят в экспоненциальное распределение с энтропией равной 1,922.

Коэффициент энтропии для значений x наблюдаемых двухмерных квантов дискретизации измерений рассчитывается из выражения

$$k_s = \frac{\exp(H_x)}{2 \cdot \sigma_x}. \quad (5)$$

Здесь $H(x)$ и $\sigma(x)$ – энтропия и среднее квадратическое отклонение значений x координат двухмерных квантов дискретизации измерений рассчитывается из выражений

$$H(x) = \sum_{i=1}^N p_i \cdot \ln \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{p_i}{\Delta x_i} \right), \quad \sigma_x = \sqrt{\sum_{i=1}^N p_i \cdot x_i^2}.$$

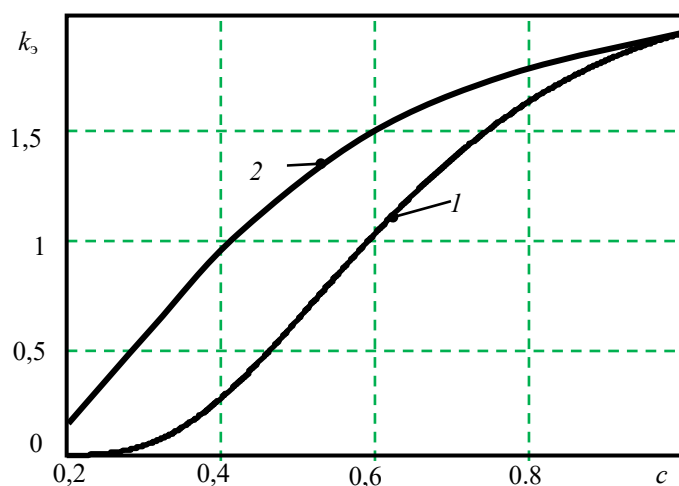


Рис. 3. Зависимость коэффициента энтропии k_s от параметра формы c :
1 – распределение Вейбулла – Гнеденко; 2 – гамма распределение

Алгоритм выбора и оценки параметров модели распределения

Последовательность проведения расчетов при построении регрессии дана на рис. 4 в форме алгоритма анализа энтропии для распределения координаты x двумерных квантов дискретности измерений.



Рис. 4. Алгоритм выбора и оценки параметров модели на основе анализа энтропии распределения

После определения параметра формы регрессии методом моментов проводится определение остальных параметров статистического распределения: параметры масштаба, параметр сдвига. Для большинства распределений нахождение параметров распределения сводится к оценке математического ожидания и дисперсии.

Параметры масштаба a для рассмотренных выше распределения Вейбула – Гнеденко и гамма распределения могут быть найдены на основе моментов, так как математическое распределение и дисперсия несимметричных распределений связаны с его параметрами. Для проверки адекватности полученной регрессии двумерной выборки результатов измерений следует воспользоваться известными критериями: t -критерием Стьюдента или F -критерием Фишера [12, 20].

В качестве достоинства предлагаемого подхода для построения регрессий следует отметить возможность формализации выбора формы математической зависимости между наблюдаемыми переменными.

Результаты

Методика применения информационно-измерительного кванта для построения регрессий была разработана в рамках научно-исследовательской работы «Фундаментальные основы построения интеллектуальных информационно-измерительных систем для измерения параметров сложных электрических цепей и сигналов» (№ ГР 01201257173) [8]. Использование двумерного информационно-измерительного кванта для построения модели взаимосвязи неопределенностей временных характеристик распространения автоволнового сигнала проводящей системы сердца позволит расширить возможности для прогнозирования атриовентрикулярных блокад 1^й, 2^й и 3^й степени (Патент РФ 2591839) [6, 9, 10]. Применение информационно-измерительного кванта к моделированию автоволновых процессов миокарда расширило возможности исследования его электрофизиологических характеристик [7, 11].

Библиографический список

1. Брандт, З. Анализ данных. Статистические и вычислительные методы для научных работников и инженеров / З. Брандт. – Москва : Мир, 2003. – 686 с.
2. Ткачев, С. В. Планирование эксперимента для испытания датчиковой аппаратуры на метрологическую надежность / С. В. Ткачев, В. Д. Михотин. – Пенза : Изд-во Пенз. гос. техн. ун-та, 1996. – 184 с.
3. Новицкий, П. В. Оценка погрешностей результатов измерений / П. В. Новицкий, И. А. Зограф. – Ленинград : Энергоатомиздат, 1985. – 248 с.
4. Осадчий, Е. П. Информационно-измерительный квант / Е. П. Осадчий, М. П. Берестень // Датчики и системы. – 1999. – № 1. – С. 19–21.
5. Полосин, В. Г. Использование информационно-измерительного кванта для исследования электрокардиосигнала / В. Г. Полосин, Н. В. Шпенглер, О. Н. Бодин // Биотехнические, медицинские и экологические системы и комплексы : тр. XXVI Всерос. науч.-техн. конф. – Рязань, 2013. – С. 76–80
6. Полосин, В. Г. Разработка и исследование модели восстановления миокарда для прогнозирования АВ блокад / В. Г. Полосин, О. Н. Бодин, С. А. Балахонова // Мехатроника. Автоматизация. Управление. – 2013. – № 12. – С. 59–64.
7. Полосин, В. Г. Информационно-измерительный квант энтропийно-параметрического потенциала электрокардиосигнала для исследования электрофизиологических характеристик сердца / В. Г. Полосин // Математическая биология и биоинформатика : материалы VI Междунар. конф. – Пущино, 2016. – С. 41–42.
8. НИР № ГР 01201257173. Отчет о научно-исследовательской работе. Фундаментальные основы построения интеллектуальных информационно-измерительных систем для измерения параметров сложных электрических цепей и сигналов / В. Г. Полосин, Е. А. Ломтев, Д. И. Нефедьев, О. Н. Бодин. – Пенза, 2014. – 122 с.
9. Пат. 2591839 Российская Федерация. Способ прогнозирования АВ-блокады I, II и III степени / Бодин О. Н., Полосин В. Г., Рахматуллин Ф. К., Логинов Д. С., Балахонова С. А. ; заявл. 10.07.2015 ; опубл. 20.07.2016, Бюл. № 20.
10. Полосин, В. Г. Прогнозирование максимальной частоты сердечных сокращений для расчета интенсивности физических нагрузок / В. Г. Полосин, О. Н. Бодин, С. А. Балахонова // Измерение. Мониторинг. Управление. Контроль. – 2013. – № 1. – С. 50–54.
11. Полосин, В. Г. Применение информационно-измерительного кванта для исследования электрофизиологических характеристик сердца / В. Г. Полосин // Вестник новых медицинских технологий. – 2017. – № 4. – DOI 10.12737/article_5a38cce58642a7.78002703. – URL: <http://www.medtsu.tula.ru/VNMT/Bulletin/E2017-4/1-5.pdf>

12. Кобзарь, А. И. Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников / А. И. Кобзарь. – Москва : Физматлит, 2006. – 816 с.
13. Вадзинский, Р. Н. Справочник по вероятностным распределениям / Р. Н. Вадзинский. – Санкт-Петербург : Наука, 2001. – 295 с.
14. Р 50.1.037–2002. Рекомендации по стандартизации. Прикладная статистика. Правила проверки согласия опытного распределения с теоретическими. Ч. II. Непараметрические критерии.
15. Прохоров С. А. Моделирование и анализ случайных процессов. Лабораторный практикум / С. А. Прохоров. – СНЦ РАН, 2002. – 227 с.
16. Polosin, V. G. Information – theoretic method for hypothesis testing with nonsymmetrical distributions / V. G. Polosin, P. P. Pershenkov // Measurement Techniques. – 2014. – Vol. 56, № 12. – P. 1318–1322.
17. Яшин, А. В. Выбор метода решения задачи идентификации законов распределения случайных погрешностей средств измерений / А. В. Яшин, М. А. Лотонов // Измерительная техника. – 2003. – № 3. – С. 3–5.
18. Губарев, В. В. Вероятностные модели. Справочник / В. В. Губарев. – Новосибирск : НЭТИ, 1992. – 422 с.
19. Полосин, В. Г. Система стохастического мониторинга состояния и электрофизиологических характеристик сердца : дис. ... д-ра техн. наук / Полосин В. Г. – Пенза, 2017. – 387 с.
20. Дерффель, К. Статистика в аналитической химии / К. Дерффель. – Москва : Мир, 1994. – 208 с.

References

1. Brandt Z. *Analiz dannykh. Statisticheskie i vychislitel'nye metody dlya nauchnykh rabotnikov i inzhenerov* [Data analysis. Statistical and computational methods for scientists and engineers]. Moscow: Mir, 2003, 686 p. [In Russian]
2. Tkachev S. V., Mikhotin V. D. *Planirovanie eksperimenta dlya ispytaniya datchikovoy apparatury na metrologicheskuyu nadezhnost'* [Design of experiments for the testing of sensor equipment for the metrological reliability]. Penza: Izd-vo Penz. gos. tekhn. un-ta, 1996, 184 p. [In Russian]
3. Novitskiy P. V., Zograf I. A. *Otsenka pogreshnostey rezul'tatov izmereniy* [Assessment of uncertainties of measurement results]. Leningrad: Energoatomizdat, 1985, 248 p. [In Russian]
4. Osadchiy E. P., Beresten' M. P. *Datchiki i sistemy* [Sensors and systems]. 1999, no. 1, pp. 19–21. [In Russian]
5. Polosin V. G., Shpengler N. V., Bodin O. N. *Biotehnicheskie, meditsinskie i ekologicheskie sistemy i komplekсы: tr. XXVI Vseros. nauch.-tekhn. konf.* [Biotechnical, medical and ecological systems and complexes : proceedings of XXVI all-Russia. science.-tech. conf.]. Ryazan, 2013, pp. 76–80. [In Russian]
6. Polosin V. G., Bodin O. N., Balakhonova S. A. *Mekhatronika. Avtomatizatsiya. Upravlenie* [Mechatronics. Automation. Management]. 2013, no. 12, pp. 59–64. [In Russian]
7. Polosin V. G. *Matematicheskaya biologiya i bioinformatika: materialy VI Mezhdunar. konf.* [Mathematical biology and bioinformatics : proceedings of the VI Intern. conf.]. Pushchino, 2016, pp. 41–42. [In Russian]
8. NIR № GR 01201257173. *Otchet o nauchno-issledovatel'skoy rabote. Fundamental'-nye osnovy postroeniya intellektual'nykh informatsionno-izmeritel'nykh sistem dlya izmereniya parametrov slozhnykh elektricheskikh tsepey i signalov* [Research project № GR 01201257173. Report on the research work. Fundamental bases of construction of intelligent information-measuring systems for measurement of parameters of complex electrical circuits and signals]. V. G. Polosin, E. A. Lomtev, D. I. Nefed'ev, O. N. Bodin. Penza, 2014, 122 p. [In Russian]
9. Pat. 2591839 Russian Federation. *Sposob prognozirovaniya AV-blokady I, II i III stepeni* [Pat. 2591839 Russian Federation. A method of predicting AV-blockade of I, II and III degree]. Bodin O. N., Polosin V. G., Rakhmatullof F. K., Loginov D. C., Balakhonova S. A.; appl. 10.07.2015; publ. 20.07.2016, Bull. no. 20. [In Russian]
10. Polosin V. G., Bodin O. N., Balakhonova S. A. *Izmerenie. Monitoring. Upravlenie. Kontrol'* [Measurement. Monitoring. Management. Control]. 2013, no. 1, pp. 50–54. [In Russian]
11. Polosin V. G. *Vestnik novykh meditsinskikh tekhnologiy* [Bulletin of new medical technologies]. 2017, no. 4. DOI 10.12737/article_5a38cce58642a7.78002703. Available at: <http://www.medtsu.tula.ru/VNMT/Bulletin/E2017-4/1-5.pdf> [In Russian]
12. Kobzar' A. I. *Prikladnaya matematicheskaya statistika. Dlya inzhenerov i nauchnykh rabotnikov* [Applied mathematical statistics. For engineers and scientists]. Moscow: Fizmatlit, 2006, 816 p. [In Russian]

13. Vadzinskiy R. N. *Spravochnik po veroyatnostnym raspredeleniyam* [Handbook of probability distributions]. Saint-Petersburg: Nauka, 2001, 295 p. [In Russian]
14. R 50.1.037–2002. *Rekomendatsii po standartizatsii. Prikladnaya statistika. Pravila proverki soglasia opytного raspredeleniya s teoreticheskimi. Ch. II. Neparametricheskie kriterii* [P 50.1.037–2002. Recommendations for standardization. Applied statistics. Rules for checking the agreement of the experimental distribution with the theoretical. Part II. Non-parametric test]. [In Russian]
15. Prokhorov S. A. *Modelirovanie i analiz sluchaynykh protsessov. Laboratornyy praktikum* [Modeling and analysis of random processes. Laboratory practice]. SNTs RAN, 2002, 227 p. [In Russian]
16. Polosin V. G., Pershenkov P. P. *Measurement Techniques*. 2014, vol. 56, no. 12, pp. 1318–1322.
17. Yashin A. V., Lotonov M. A. *Izmeritel'naya tekhnika* [Measurement technology]. 2003, no. 3, pp. 3–5. [In Russian]
18. Gubarev V. V. *Veroyatnostnye modeli. Spravochnik* [Probabilistic model. Handbook]. Novosibirsk: NETI, 1992, 422 p. [In Russian]
19. Polosin V. G. *Sistema stokhasticheskogo monitoringa sostoyaniya i elektrofiziologicheskikh kharakteristik serdtsa: dis. d-ra tekhn. nauk* [System of stochastic monitoring of heart condition and electrophysiological characteristics : dis. ... doc. tekhn. sciences]. Penza, 2017, 387 p. [In Russian]
20. Derffel' K. *Statistika v analiticheskoy khimii* [Statistics in analytical chemistry]. Moscow: Mir, 1994, 208 p. [In Russian]

Безбородова Оксана Евгеньевна

кандидат технических наук, доцент,
кафедра техносферной безопасности,
Пензенский государственный университет
(Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40)
E-mail: ot@pnzgu.ru

Bezborodova Oksana Evgen'evna

candidate of technical sciences, associate professor,
sub-department of technosphere safety,
Penza State University
(40 Krasnaya street, Penza, Russia)

Бодин Олег Николаевич

доктор технических наук, профессор,
кафедра информационно-измерительной техники и метрологии,
Пензенский государственный университет
(Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40)
E-mail: bodin_o@inbox.ru

Bodin Oleg Nikolaevich

doctor of technical sciences, professor,
sub-department of information and measuring equipment and metrology,
Penza State University
(40 Krasnaya street, Penza, Russia)

Полосин Виталий Германович

доктор технических наук, профессор,
кафедра медицинской кибернетики и информатики,
Пензенский государственный университет
(Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40)
E-mail: polosin-vitalij@yandex.ru

Polosin Vitaly Germanovitch

doctor of technical sciences, professor,
sub-department of medical cybernetics and informatics,
Penza State University
(40 Krasnaya street, Penza, Russia)

Убиенных Анатолий Геннадьевич

старший преподаватель,
кафедра информационно-вычислительных систем,
Пензенский государственный университет
(Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40)
E-mail: utolg@mail.ru

Ubiennykh Anatoliy Gennad'evich

senior lecturer,
sub-department of information and computing systems,
Penza State University
(40 Krasnaya street, Penza, Russia)

Образец цитирования:

Безбородова, О. Е. Построение математической модели контролируемого объекта на основе анализа энтропии распределения информационно-измерительного кванта / О. Е. Безбородова, О. Н. Бодин, В. Г. Полосин, А. Г. Убиенных // Измерение. Мониторинг. Управление. Контроль. – 2019. – № 2 (28). – С. 76–84. – DOI 10.21685/2307-5538-2019-2-9.